

論理的・発展的に考える児童の育成

～九九のきまりの学習を通して～

有元 淳一 *

研究の要約

平成30年度の全国学力・学習状況調査「算数B」⁴（九九の表）を出発点とし、「九九のきまり」を題材として、低学年における「論理的」・「発展的」に考える姿とはいかなるものなのかをテーマに授業実践を行う。「論理的に考える姿」を「筋道立てて説明する姿」だと捉えて、児童が説明する際に無意識に多用する接続語（語り始めの言葉）について継続的に調査を行った。それらの接続詞を意識して使用できるように、カードにして黒板に掲示したり称揚したりして強化してきた。また、本時は、九九の発展として「 12×4 」の計算の仕方を説明する活動を行った。同数累加や交換法則だけでなく、既習の九九が使えるように被乗数を分解する考えは、「かけ算（2）」の6の段の構成のときから用いている考えである。本時において、「語り始めの言葉」を用いて「筋道立てて説明する姿」を見取ることができるのが、被乗数を分解する見方が習得できているかについて検証する。

Keywords： 論理的思考 発展的 説明活動 語り始めの言葉

1. はじめに

平成30年度の全国学力・学習状況調査「算数B」⁴において、第2学年の学習内容である「九九の表」から問題が出題された。その趣旨⁽¹⁾は、以下の通りである。

算数の問題場面から見いだした数量の関係を基に、論理的、発展的に考察し、数学的に表現することができるかどうかをみる。

- ・論理的に考察したことを、式を用いて表現すること。
- ・発展的に考察したことを、数学的に表現すること。

算数の学習では、幾つかの具体例を調べて共通性を見付けたり、条件を変更しても同じように数量の関係が成り立つのかを考察したりすることが重要である。さらに、なぜそのような数量の関係が成り立つのかを考察し、言葉や式を用いて簡潔・明瞭・的確に説明することができることも重要である。

そのために、例えば、幾つかの情報の中から数量の関係を見付け、ほかの数量や形、条件等でもその数量の関係が成り立つのかという問いをもって追究したり、なぜその数量の関係が成り立つのかに興味をもち、論理的、発展的に考察し説明したりできる児童を育成することが大切である。

そこで、本問題では、九九の表を観察し、条件を変更した場合の数量の関係について論理的、発展的に考察したことを、四則に関して成り立つ性質を基に式に表現したり、示された表現方法を適用して説明したりする文脈を設定した。（下線は筆者）

設問（1）「4の段と5の段の縦に並んでいる2つの数の和が、9の段の数になるわけ」を問う問題では、「示された考えを解釈し、条件を変更した場合の数量の関係を考察して、分配法則を用いた式に表現することができるかどうか」をみており、設問（2）「2の段の、横に並んでいる7つの数についての説明」では、「示された考えを解釈し、条件を変更した場合について考察した数量の関係を、表現方法を適用して言葉と数を用いて記述できるかどうか」をみている⁽²⁾。国立教育政策研究所は、教科に関する調査結果から、「日常生活の事象を、数量を関連付け、根拠を明確にして記述すること」を課題の1つとして挙げている⁽³⁾。

「九九のきまり」を題材として、「論理の力で算数の世界を広げる」ことを楽しむ児童を育成したいと考え、「論理的」、「発展的」に焦点を当てて、低学年における論理的・発展的な学習を具体化することを目標として実践に取り組んだことを、本実践で考察していきたい。

* 岡山大学教育学部附属小学校

2. 「論理的」と「発展的」

(1) 算数科における「論理的に考える」とは

「論理」と聞くと、命題、定義、定理、公理などの言葉を思い浮かべたり、「論理的思考」と聞くと、三段論法や類比法・帰納法・演繹法などの推論、MECE (Mutually Exclusive and Collectively Exhaustive 落ちや重なりなく) などの思考方法が挙げられたりして、小学校段階においてこれらを指導することは、大変難しく思える。

中央教育審議会答申において、算数科・数学科における「数学的な見方・考え方」については、「事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、論理的、統合的、発展的に考えること⁽⁴⁾」として再整理された。新学習指導要領解説算数編によると、算数科の学習における「数学的な見方・考え方」については、「事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、根拠を基に筋道を立てて考え、統合的・発展的に考えること⁽⁵⁾」であるとしている。つまり、算数科においては、「論理的」を「根拠を基に筋道を立てて考え」として考えられていることが分かる。さらに、「筋道を立てて考える」とは、「できるだけ正しいことを見いだしたり、見いだしたことの正しさを確かめたりする上で欠くことのできないもの」とし、「ある事実の正しさや自分の判断の正しさを他者に説明する際にも必要になる」とある⁽⁶⁾。低学年における「論理的に考える」とは、具体的な事象を根拠にして、筋道を立てて考えることである。例えば、本単元「九九のきまり」においては、九九の表をどのように見るときまりを発見することができたのかについて、数の並びに着目して、順序よく分

かりやすく説明する過程
そのものが、低学年なら
では「論理的に考える」
姿であると考えた。

筋道を立てて説明する児童
を育成するための方法として、
児童がどんな接続詞を使って

A 9x9 multiplication table with numbers 1 through 9 in both rows and columns. The table is used to identify patterns in the九九 (multiplication) section of the curriculum.

九九の表を使って、同じ答え
の数を確かめるために、端か
ら順番に塗り分けている。

説明しているのかという実態を把握し、説明の際に有効であったかどうかを一緒に振り返り、可視化することを考えた。これまでの話し合い活動において、児童が説明を始める場面で、無意識に接続詞を使っている姿を称揚することで、その有用さに気付かせたり振り返りやすくしたりしてきた。説明する際に有効に使える言葉は、カードにして黒板の端に掲示した。そうすることで、そのカードを確認したり使ったりしながら、自分の説明に役立てようとする意識が少しずつ芽生えてきているように感じられた。

低学年では特に、①順序、②理由の2つの種類の接続詞を使って説明しようとしていることが多い。①は、「まず」、「つぎに」、「さいごに」などの、順序よく漏れなく説明しようとするときに用いる列挙の接続詞である。②は、「どうしてか」というと、「なぜなら」など、根拠を基に理由を説明しようとするときに用いる接続詞である。また、頻度は少ないが、「たとえば (例示)」、「もし〜だったら (仮定)」、「〜とちがって (相違)」、「つまり (要約)」、「でも (反例)」など、他の人の説明を受けて、反応するときに用いる接続詞を使おうとする姿も見られた。説明する際に用いる接続詞をまとめて「語り始めの言葉」と呼ぶことにした。

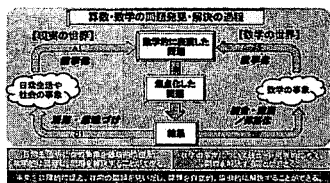
本単元においても、自分の考えを説明する際に「語り始めの言葉」、特に「まず、つぎに、さいごに、(順序)」や「なぜなら (根拠)」、「例えば (例示)」、「だったら (仮定)」を用いて、論理的に説明することができる児童を育成していきたいと考えて実践を行った。

(2) 算数科における「発展的に考える」とは

新学習指導要領解説算数編では、「ものごとを固定的なもの、確定的なものと考えず、絶えず考察の範囲を広げていくことで新しい知識や理解を得ようとする」とあり、発展的に考察していくことで、「算数の内容の本質的な性質や条件が明確になり、数理的な処理における労力の軽減も図る

ことができる。また、物事を関係付けて考察したり、他でも適用したりしようとする態度や新しいものを発見し物事を多面的に捉えようとする態度を養うことも期待できる。」とある⁽⁷⁾。

本単元「九九のきまり」の第二次「九九を広げて」では、九九の表を縦横に拡張するという内容である。九九の表を 9×9 マスの固定的・確定的なものとせず、縦横にマスを広げることで、かけ算は、九九（基数計算）で表されるものだけではなく、（1位数） \times （2位数）、（2位数） \times （1位数）、（2位数） \times （2位数）…など新しい世界が広がっていることを実感することができる内容となっている。この学習過程は、統合的・発展的に考え、問題を解決していく過程と捉えることができる。（右図）



算数・数学の学習過程のイメージ

一般的な指導法として、九九の表を横に拡張し、簡単な（1位数） \times （2位数）の計算の仕方を考える際には、「かける数が1増えると答えはかけられる数だけ増える」という関数の考え方をを用いて求める方法がある。また、九九の表を縦に拡張し、簡単な（2位数） \times （1位数）の計算の仕方を考える際には、○の△こ分だから「○を△回たす」という同数累加の考え方をを用いたり、「かけられる数とかける数を入れ替えてかけても答えは同じ」という交換法則を用いたりして、横に拡張した九九の表と照らし合わせながら答えを求める方法がある。

3. 問題の所在と本時の方向性

第3学年では、第2学年の九九を活用して（2・3位数） \times （1位数）、（2・3位数） \times （2位数）の学習に発展するが、第2学年と第3学年のかけ算の学習にはギャップがあり、その接続を円滑にするために、九九の表を拡張しておく必要がある。

そこで、本実践では、関数的な見方や同数累加、

交換法則の考え方以外にも、かけられる数が12のように9を超える数になっても、既習の知識（九九）を活用することができるように、「かけられる数を分解する」という数の多面的な見方を用いて計算の仕方を考えた。

例えば、12を（6と6）や（3と9）、（5と7）のように数を分解して、（ 6×4 ）+（ 6×4 ）や（ 3×4 ）+（ 9×4 ）、（ 5×4 ）+（ 7×4 ）と、既習の九九が使えるようにして計算することである。この「かけられる数を既習の九九が使えるように分ける」見方を用いた解決方法は、前単元「かけ算（2）」の6の段や7の段などを構成するときにも用いた方法である。未習の6の段を構成するとき、 6×4 の計算を考えた場面では、「既習の九九（5, 2, 3, 4の段）を使うことができないか。」と問いかけ、かけられる数の6を（3と3）や（2と4）に分けて、（ 3×4 ）+（ 3×4 ）や（ 2×4 ）+（ 4×4 ）として計算している。かけられる数が9を超える数に発展したとしても、今もっている知識を生かし、前単元「かけ算（2）」で培った数の多面的な見方を働かせながら問題を解決していこうとする児童を育成したいと考えた。

4. 本単元

（1）単元名 九九のきまり

（2）単元目標

○九九の表を用いて乗法について成り立つ性質（乗数と積の関係、交換法則、分配法則など）を理解することができる。（知識・技能）

○九九の表を用いて乗法について成り立つ性質を考え、簡単な2位数と1位数の乗法の計算の仕方を統合の観点から発展的に考えることができる。（思考・判断・表現）

○九九の表の面白さに気づき、進んできまりをみつけようとする。

（主体的に学習に取り組む態度）

(3) 単元構想 (全7時間)

第一次 九九の表ときまり

第1時 九九の表の見方

第2時 かけ算の交換法則

第3時 乗数が1ずつ増えるときの積の増え方

第4時 aの段±bの段＝(a±b)の段

第5時 答えが同じになるかけ算

第二次 九九を広げて

第1時 簡単な(1位数)×(2位数)の答えの見つけ方

第2時 簡単な(2位数)×(1位数)の計算の仕方(本時)

5. 指導の実際

学習活動① 問題を知り、本時のめあてをつかむ。

＜かけ算のきまりを想起する＞

既習と未習を区別するために、まず、りんごを横に6こ並べた図を提示した。これを4列提示し、既習である 6×4 を導き出した。



T: 先生の魔法で、りんごを増やすよ。さて、どうなるかな。

C: りんごが12こになった。倍になったよ。

C: 式は、 12×4 です。

T: 12×4 って、九九にあったかな？これは、何の段ですか？

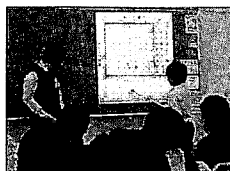
C: 12の段です。

T: 12の段って習ったかな？

C: かけ算のきまりを使えばかんたんだよ。

C: 12を4回たして、 $12 + 12 + 12 + 12 = 24$ です。

すると、別の児童が、黒板に掲示していた九九の表を使って説明を始めた。



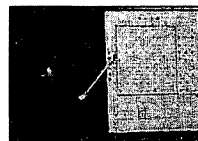
C: 12×4 は九九の表だと、このことです。

昨日 4×12 を習ったよね。今日は、それを逆にすればいいんだよ。

T: 逆にするってどういうこと？

C: 逆にしても答えは同じってきまりだよ。

つまり、 12×4 の答えは、 4×12 の答えと同じってことです。



C: あ！かけられる数とかかけ

る数をひっくり返しても答えは同じ！

T: ひっくり返す？(上下逆さまにする動作)

C: ちがう！

C: 入れかえても！

C: かけられる数とかける数を入れかえても、答えは同じ！



T: 入れかえる。(写真のように動作をする。)

論理的な説明するためには、日常用語と算数用語を使い分けることが大切である。ここでは、「ひっくり返す」と「入れかえる」の意味の違いについて、動作を用いて繰り返し理解させようとした。

＜既習の九九を使うこと＞

同数累加や交換法則の考えを用いると、9を超える被乗数のときにおいても、答えを求めることはできる。本時は、さらに、既習の九九が使えるように、被乗数を分解して(a+b)の段＝aの段+bの段のきまりを使って考えるように導いた。

T: 6の段をつくったときに、もう1つのきまりを使ったよね。覚えていますか？

(6の段のときに用いたシートを掲示する。)

C: ああ！やったやった！

C: 6を2と4に分けたよね。

C: 習った九九を使って計算したよ。

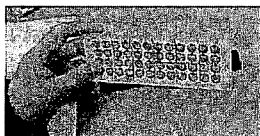
C: 12だってたぶんできるよ。

T: 6の段や7の段のときと同じように考えることができそうですね。

学習活動② 12×4 の計算の仕方を考える。

＜全体数を分けてしまう児童＞

机間指導で必要となる
助言や支援は、右の写真の
ように、全体数（48）を
同じ数ずつ分けるように線



を引いている児童への支援である。被乗数（12）
を分けるのであれば、縦線1本でよい。しかし、
写真の児童は、縦線を5本引いて、全体数の48
を8こずつに分けている。ここまでなら、 $8 \times 6 = 48$
で求められるが、被乗数（12）を分けた
ことにはならない。さらに、横線を引いて4こ
ずつに分けようとしている。これでは 4×12 と
なり、既習の九九が使えないことを途中で気づき、
横線を引くのを止めたのだと考えられる。

学習活動③ 12×4 の計算の仕方を話し合う。

＜式（抽象）からアレイ図（具体）の順で＞

図（具体）を使って式（抽象）を説明させるよ
うにするのが一般的な手順だとされる。式を読み
取る力も身に付けさせたい力の1つであると考え、
本時は、逆に式から発表させることから始めた。
その式を見て、他の児童がアレイ図のどこに縦線
を引くのかを考えさせるようにした。



C: Aさんは、ここ
に線を引いたん
だと思います。
どうですか？

C: そうです。

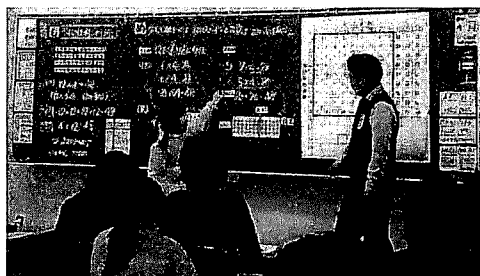
式を発表した児童のアレイ図を確認した後、板
のアレイ図を使って、式を説明する活動に移った。

C: こっちの 6×4 は
ここのことで、
こっちの 6×4 は
ここのことです。



児童の発表に合わせて、色チョークを使って、
式と図を矢印でつなぐように支援した。さらに、

別の考えを発表させるときには、黒板に掲示して
いた、**まず**、**つぎに**、**そして**、**さいごに**の順番カ
ードを手渡し、説明させるようにした。



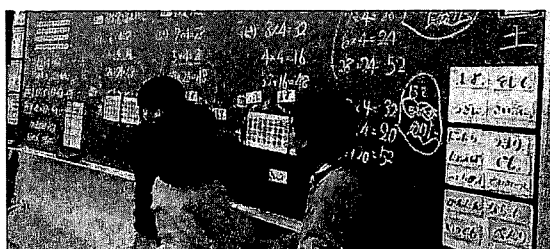
C: **まず**、ここに線を引きました。**つぎに**、こ
こを計算して 7×4 で28。**そして**、こ
こを計算して 5×4 で20。**さいごに**、 28
 $+ 20$ で48です。

児童は、順番カードを貼りながら、順序よく説
明することができていた。同じように、被乗数を
8と4に分けた式についても、アレイ図を用いて
数名の児童に説明をさせていった。最後に、習っ
た九九を使って計算できているかについて再度確
かめた後、適用問題として「**だったら**、13でも
できそうか。」と問いかけ、 13×4 についても考
えさせるようにした。

学習活動④ 本時のまとめをする。

＜花丸カードを貼る活動＞

毎回の授業の振り返りとして、板書を活用して
「今日の大事な考え」や「説明の仕方が上手だっ
たところ」に花丸カードを貼る活動を設定してい
る。カードが貼られたところを参考にすることで、
1時間の学習を振り返りやすくするための手立て
である。本時も、授業の終末にカードを貼る活
動を設定した。



(花丸カードを貼る活動後)

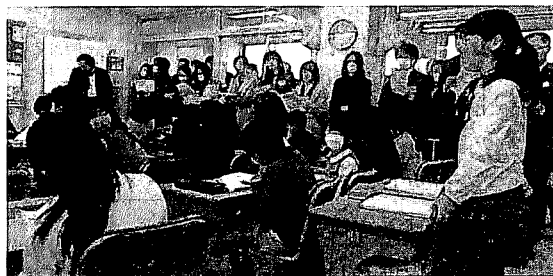
T: どうして、ここに花丸カードを置いたのかな。

理由が説明できますか。

C: A さんの最後の説明が上手だったから。

C: そうそう。A さんの説明の仕方がとっても上手で、私もがんばりたいと思った。

C: まず、つぎに、さいごに、のカードを使って説明できていたので分かりやすかったよ。



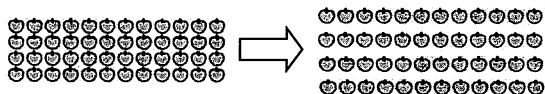
T: なるほどね。みんなの説明が上手になったんだね。残念だけど、今日で2年生のかけ算のお勉強は終わりです。

C: (一斉に) えーーーーー！

6. 考察

(1) アレイ図の改善の余地

6～9の段を構成する際にも、アレイ図を用いて同じように被乗数を分ける活動を繰り返してきた。しかし、全体を分けてしまう児童が34名中5名見られた。りんごの列の間隔を少し空けて、被乗数が分かりやすいような工夫をするなど、シートの改善の余地があることが分かった。時間の都合上できなかったペアでの説明活動も、十分にできる時間的余裕も生まれたのかもしれない。



(2) 花丸カードを貼る活動の意義

本来、花丸カードを貼る活動は、「今日の大切な考え」を強調することで、自分の力でまとめを書きやすくするための手立てである。ところが、花丸カードを貼った児童の意識は、「Aさんの説明が

分かりやすかった(上手だった)。」という視点であった。本時だけでも考え①から考え②、考え③へと何度も説明する活動を繰り返すことで、筋道立てて説明する力が向上していく姿を見取ることができた。その姿は、他の児童の目にも明らかに見えて取れたのであろう。ほとんどの花丸カードは考え③に貼られていたのである。

低学年においては、「大事な考え」には赤色カードを、「説明が上手だったところ」には青色カードをと、色を分けて貼らせるようにしてもよいのではないかと感じた。授業への参加意識を高めるためにも、今後とも続けていきたい活動である。

7. 引用・参考文献


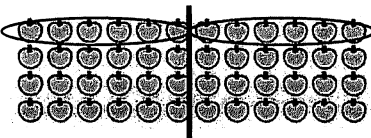
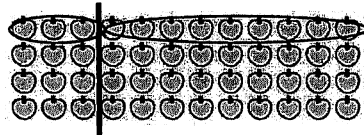
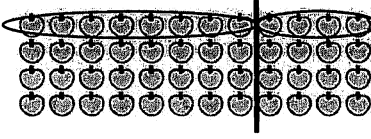
(1) 引用文献

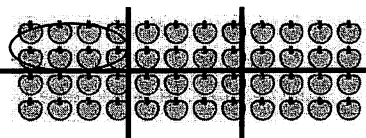
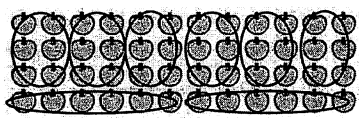
- (1) 国立教育政策研究所教育課程研究センター『平成30年度全国学力・学習状況調査 解説資料』p62, 2018年。
- (2) 同上, p62, 64.
- (3) 同上, www.nier.go.jp/18chousakekkahoukoku/index.html
- (4) 中央教育審議会「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について(答申)」p140, 141, 2016.
- (5) 文部科学省『小学校学習指導要領解説算数編』p7, 2017.
- (6) 同上, p25.
- (7) 同上, p26.

(2) 参考文献

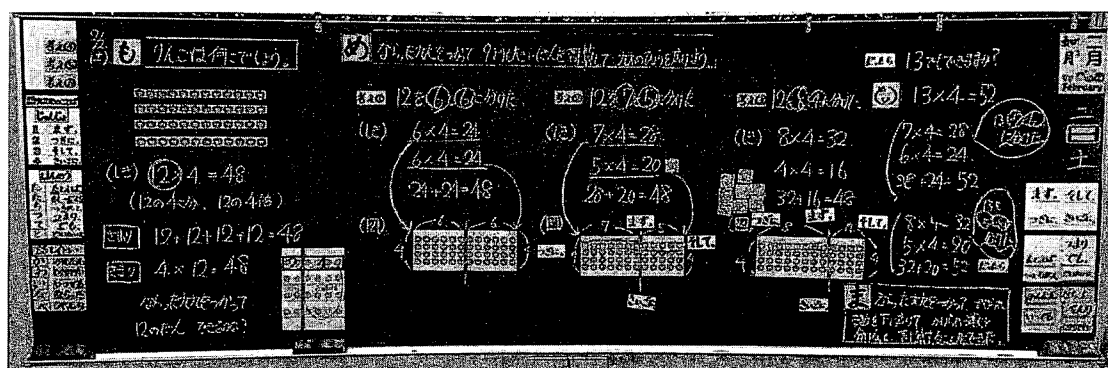
- ・文部科学省『小学校学習指導要領解説算数編』, 2017.
- ・中央教育審議会「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について(答申)」, 2016.
- ・国立教育政策研究所教育課程研究センター『平成30年度全国学力・学習状況調査 解説資料』, 2018.
- ・日本数学教育会著『算数における論理とその指導』, 明治図書, 1969.
- ・清水静海他著『わくわく算数2下』, 新興出版社啓林館, 2014.
- ・清水静海他著『わくわく算数3上下』, 新興出版社啓林館, 2014.

8. 本時案 （第二次第2時）

目 標	○アレイ図を使って、簡単な（2位数）×（1位数）の計算の仕方を、既習の九九を活用して考えたり説明したりすることができる。 (思考力・判断力・表現力)		
学習活動		教師の支援と指導上の留意点	
1 問題を知り、本時のめあてをつかむ。	1 (1) 場面絵を提示する際に横に並びりんごの数が9よりも多いことに気付かせるように提示することで、既習の九九では求められないことに気付きやすくする。 (2) 12×4 の計算の求め方をたずねることで、12を4回加えるという同数累加の見方を使えば求められることに気付きやすくする。 (3) 九九の表を提示することで、交換法則を用いると 4×12 で求められることに気付きやすくする。 (4) 12個を分ける動作をすることで、既習のかけ算九九を使うことができそうだという解決の見通しをもたせやすくしたところで、めあてにつなげるようにする。		
<div>問題</div> <div>りんごはぜんぶで何こありますか。</div> <div></div>		<div>めあて</div> <div>習った九九を使って、12×4の計算の仕方を説明しよう。</div>	
2 12×4 の計算の仕方を考える。	2 (1) アレイ図（12列4行）のワークシートを用意することで、図を基に習った九九を見付けやすくする。 (2) 考えをもつことが難しい児童には、「6の段や7の段のときはどのように考えて求めましたか。」と助言することで、習った九九が使えるように被乗数を分解しやすくする。		
<div><予想される考え></div> <div>(考え①) 12を（6と6）に分ける</div> <div><div>(しき) $6 \times 4 = 24$ $6 \times 4 = 24$ $24 + 24 = 48$ <u>48こ</u></div><div>(しき) $6 \times 8 = 48$ <u>48こ</u></div></div> <div>(考え②) 12を（3と9）に分ける</div> <div><div>(しき) $3 \times 4 = 12$ $9 \times 4 = 36$ $12 + 36 = 48$ <u>48こ</u></div></div> <div>(考え③) 12を（8と4）に分ける</div> <div><div>(しき) $8 \times 4 = 32$ $4 \times 4 = 16$ $32 + 16 = 48$ <u>48こ</u></div></div>			
(3) 以下の考えは、被乗数を分ける考えではなく、全体数を分ける考えであるので、アレイ図を指差しながら「12を分けて考えましょう。」と助言することで、被乗数の分解を意識しやすくする。			

<p>3 12×4の計算の仕方を話し合う。</p> <p>4 本時のまとめをする。</p>	<div style="border: 1px dashed black; padding: 10px; margin-bottom: 10px;"> <p>(考え④) 48を8のまとりに分ける</p>  <p>(しき) $8 \times 6 = 48$ <u>48こ</u></p> <p>(考え⑤) 48を6のまとりに分ける</p>  <p>(しき) $6 \times 8 = 48$ <u>48こ</u></p> </div> <p>3 (1) 「語り始めの言葉」のカードを黒板に掲示しておくことで、筋道を立てて説明しやすくする。</p> <p>(2) 式を基にアレイ図をどのように分けたのかをたずねることで、図と式を関連付けて考えやすくする。</p> <p>(3) 図と式を色チョークで繋げることで、式と図を関連付けやすくする。</p> <p>(4) 「この式は何の段ですか」と問いかけることで、習った九九を活用していることを確認しやすくする。</p> <p>4 (1) 板書を基に本時の学習を振り返る活動を取り入れることで、習った九九が使えるように被乗数を分解すると九九の表にないかけ算でも計算することができたことを振り返りやすくする。</p> <p>(2) 花丸カードを貼る活動を設定することで、自分の言葉で振り返りを書きやすくする。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>まとめ かけ算のきまりを使えば、九九の表にないかけ算でも計算することができる。</p> </div>
-----------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

9. 実際の板書



(令和元年9月30日受理)